

LA GEOMETRIE DE L'ESPACE

I- Généralité :

1- Définitions :

Partie de la **géométrie** qui étudie les **méthodes** permettant de représenter sur un **plan** les objets de l'espace (**étendue, forme, position réciproque**).

Le terme « **espace** » est susceptible de prendre des significations plus générales. Dans un sens large, un ensemble d'éléments, qu'on appellera encore **points**, prend le nom d'espace dès qu'on a introduit un système de postulats qui en caractérisent la structure même : **fonctions, matrices**, etc.

2- Méthode :

Les principales méthodes sont les suivantes : **projection orthogonales, projections cotées, projections stéréographiques**.

En pratique, il convient de considérer les trois méthodes séparément. Elles sont pourtant intimement liées, car fondées sur une série d'opérations caractéristiques de la géométrie élémentaire : **projections, sections, rabattements**.

Les méthodes de la géométrie descriptive permettent ainsi de résoudre les problèmes de représentation des **ombres**.

Dans la méthode des deux projections orthogonales, aussi appelée **méthode de Monge**, on fixe deux plans perpendiculaires entre eux (**plan horizontal de projection** et le **plan frontal de projection**), qui se coupent suivant une droite appelée **ligne de terre**.

Pour représenter une figure quelconque dans le plan de l'épure supposé coïncider avec le plan horizontal, on rabat le plan frontal autour de la ligne de terre.

Dans certains cas particuliers, on étudie un troisième plan (**plan de profit**) perpendiculaire aux deux premiers.

Les figures géométriques sont représentées au moyen des projections orthogonales de leurs points (par exemple : un cube est représenté en projetant ses huit sommets). Une droite peut être représentée en projetant deux de ses points ou au moyen des projections de deux plans qui la contiennent, l'un perpendiculaire au plan horizontal, l'autre perpendiculaire au plan frontal.

Un plan est représenté par ses deux sections (**traces**) avec le plan horizontal et le plan frontal (dans le cas d'un plan contenant la ligne de terre, on a recours à la trace sur le plan de profil).

Alors que la méthode des deux projections orthogonales est particulièrement adaptée à la représentation d'objets ayant des dimensions spatiales du même ordre de grandeur (édifices et objets de l'industrie), la géométrie cotée est adaptée à la représentation de figures dont une dimension est inférieure aux deux autres.

Elle pour origine des études de type topographique, et est un mélange de représentations projectives et analytiques.

En géométrie cotée, un point **P** par sa projection orthogonale **P1** sur un plan dit plan de comparaison et par sa cote, nombre écrit à côté de **P1**. Une droite **D** est représentée par sa projection orthogonale **D1** dans le plan de la comparaison et par la cote de deux de ses points (écrite à côté de leur projection).

Un plan est représenté au moyen de son intersection (trace) et d'une ligne de pente sur laquelle est indiquée la cote du point situé à une distance du plan de comparaison égale à un (dans l'unité de mesure choisie). Pour la représentation d'objets de forme quelconque (par exemple : les reliefs sur une carte topographique), on utilise les courbes de niveau, c'est-à-dire les courbes d'intersections de ces objets avec des plans parallèles au plan de comparaison et à des distances de 1, 2, 3, etc.

Dans la méthode de la projection stéréographique à partir d'un point **O** (centre de projection) extérieur à un plan, dit plan de projection, on trace les droites (**rayons**) passant par les figures à représenter. Leur intersection avec le plan de projection constitue l'image des points. Puisque les points à représenter situés sur le même rayon ont la même image, celle-ci ne suffit pas à définir un point. C'est pourquoi on indique sur l'épure le point **OO** (projection orthogonale de **O** sur le plan de projection) et un cercle de distance de rayon égal à la distance **OOO**.

Droites et plans constituant les figures sont ensuite représentés par leurs traces (points ou droites, intersections effectives avec le plan de projection) et les éléments (points ou droites) de fuite déterminés par les droites ou des plans passant par **O** et parallèles aux droites ou aux plans donnés. Ce type de projection est très étroitement lié à la **prospectivité** et au **dessin**.